

بسم الله الرحمن الرحيم

کلاس نکته و تست
نظریه زبان ها و ماشین ها

ابوالفضل گیلک

جلسه پانزدهم – فصل هفتم

ماشین های پشته ای

تست 36 تا 54

حل تست های 15 سال اخیر

ارشد – دکتری

مهندسی کامپیوتر – علوم کامپیوتر

فصل 7

ماشین‌های پشته‌ای

تست 36 تا 54

36- زبان‌های L_1 و L_2 زیر را در نظر بگیرید:

$$L_1 = \{a^m b^n : m, n \geq 0, (n = m \text{ or } n = 2m)\}$$

$$L_2 = \{a^m b^m c^m : m \geq 0\}$$

(مهندسی کامپیوتر - 91)

از میان گزاره‌های زیر کدام گزاره یا گزاره‌ها صحیح هستند؟

(الف) L_1 مستقل از متن است ولی مستقل از متن قطعی نیست.(ب) اگر L_1 مستقل از متن قطعی باشد آن‌گاه $L_1 \cup L_2$ مستقل از متن است.(ج) $L_1 \cup L_2$ مستقل از متن است.(د) اگر L_2 مستقل از متن باشد آنگاه مستقل از متن قطعی است.

(4) الف، ب، ج، د

(3) الف، ب، ج

(2) الف، ب، د

(1) ج، د

37- کدام گزاره نادرست است؟

(علوم کامپیوتر - 91)

(1) برای هر زبان منظم یک اتوماتون پشته‌ای قطعی (DPDA) وجود دارد که آن را می‌پذیرد.

(2) زبان مستقل از متنی وجود دارد که هیچ اتوماتون پشته‌ای قطعی آن را نمی‌پذیرد.

(3) اگر یک زبان مستقل از متن توسط یک اتوماتون پشته‌ای قطعی پذیرفته شود آن زبان دارای یک گرامر غیرمبهم است.

(4) هر زبان مستقل از متن دارای یک گرامر غیرمبهم است.

38- اگر C کلاس تمام زبان‌های مستقل از متن و C' کلاس تمام زبان‌هایی مثل $\Sigma^* \supseteq L$ باشد که متمم آن‌ها $(\Sigma^* - L)$ مستقل از متن است. آن‌گاه کدام گزاره در مورد کلاس $A = C \cap C'$ صحیح است؟

(علوم کامپیوتر - 88)

(1) برای هر زبان $L \in A$ یک ماشین PDA با پشته متناهی وجود دارد.(2) اگر زبان L دارای یک ماشین DPDA (پشته‌ای قطعی) باشد آن‌گاه $L \in A$.(3) برای هر زبان مستقل از متن L داریم $L \in A$.(4) هر زبان $L \in A$ منظم است.

39- برای کدام یک از گروه زبان‌های زیر DPDA با پذیرش توسط پشته خالی، وجود دارد؟

(مهندسی کامپیوتر - 84)

(1) تمام زبان‌های مستقل از متن قطعی

(2) تمام زبان‌های منظم محدود (یعنی تعداد رشته‌های زبان محدود است).

(3) تمام زبان‌های مستقل از متنی که هیچ رشته‌ای از زبان پیشوند رشته دیگری از زبان نباشد.

(4) تمام زبان‌های منظمی که هیچ رشته‌ای از زبان پیشوند رشته دیگری از زبان نباشد.

40- کدام گزینه در مورد زبان‌های مستقل از متن و اتومات‌های پوش‌دان صحیح است؟

(مهندسی کامپیوتر - 83)

اگر بیش از یک گزینه صحیح است کدام گزینه کامل‌تر است؟

زبان مستقل از متن: Context Free Language

معین: Deterministic

اتومات پوش‌دان: PushDown Automata

غیر مبهم: unambiguous

- 1) زبان هر اتومات پوش‌دان معین را با حداقل یک گرامر مستقل از متن غیر مبهم می‌توان توصیف کرد.
- 2) برای هر اتومات پوش‌دان معین پذیرنده در حالت نهایی یک اتومات پوش‌دان معین پذیرنده در حالت خالی شدن Stack وجود دارد.
- 3) هر زبان مستقل از متن که با حداقل یک گرامر غیر مبهم قابل توصیف باشد، توسط حداقل یک اتومات پوش‌دان معین پذیرفته می‌شود.
- 4) مجموعه زبان‌هایی که برای آنها گرامر مستقل از متن غیر مبهم وجود دارد با مجموعه زبان‌هایی که برای پذیرش آنها اتومات پوش‌دان معین وجود دارد برابر است.

41- زبان‌های منظم L_1 ، L_2 ، L_3 و L_4 مفروضند:

(مهندسی کامپیوتر - 88)

$$L_1 = L(a^*), L_2 = L((a+b)^*)$$

$$L_3 = \{w \in (a+b)^* \mid w \text{ زوج باشد}\}$$

$$L_4 = \{w \in (a+b)^* \mid w \text{ زوج و تعداد } a \text{ های آن فرد باشد}\}$$

برای چند زبان از این 4 زبان می‌توان ماشین پشته‌ای (PDA) با حداکثر 2 حالت ساخت؟

- | | | | |
|------|------|------|------|
| 1 (1 | 2 (2 | 3 (3 | 4 (4 |
|------|------|------|------|

42- اتوماتون یک ماشین PDA فاقد انتقال بلادرنگ (λ - production) است. آنگاه لزوماً:

(علوم کامپیوتر - 85)

1) برای هر ورودی ماشین دقیقاً یک مسیر محاسبه یکتا دارد. 2) برای هر ورودی ماشین حداکثر یک مسیر محاسبه یکتا دارد.

3) زمان محاسبه هر ورودی متناهی است. 4) زبان ماشین شامل کلمه پوچ (λ) نیست.**43- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟**

(علوم کامپیوتر - 90)

1) تهی بودن زبان یک PDA تصمیم‌پذیر است.

2) برای هر زبان مستقل از متن یک PDA با حداکثر 3 حالت وجود دارد که آن را می‌پذیرد.

3) اگر یک PDA برای هر ورودی به طول n ، کمتر از n حرف در پشته‌اش push کند آنگاه زبانی که می‌پذیرد منظم است.

4) اگر یک PDA هیچ‌گاه عمل pop کردن را انجام ندهد آنگاه زبانی که می‌پذیرد منظم است.

- 44- کدام گزینه در مورد اتوماتون پشته‌ای که زبان $L = \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$ را می‌پذیرد، صحیح است؟ (علوم کامپیوتر - 96)
- (1) زبان L را نمی‌توان با یک اتوماتون پشته‌ای پذیرفت.
 - (2) هر اتوماتون پشته‌ای برای پذیرش این زبان دارای یک حالت است.
 - (3) هر اتوماتون پشته‌ای برای پذیرش ww^R حداقل به اندازه $|w|$ از پشته خود استفاده می‌کند.
 - (4) برای هر مقدار C می‌توان یک اتوماتون پشته‌ای برای پذیرش L داشت که برای هر رشته ورودی ww^R فقط به اندازه $\frac{|w|}{C}$ از حافظه پشته خود استفاده کند.

- 45- کدام گزینه در مورد یک زبان مستقل از متن ذاتاً مبهم L صحیح است؟ (علوم کامپیوتر - 96)
- (1) در هر گرامر مستقل از متن G که $L(G) = L$ برای هر $x \in L$ بیش از یک مسیر تولید وجود دارد.
 - (2) رفتار هر گرامر مستقل از متن G که $L(G) = L$ را می‌توان به وسیله یک ماشین پشته‌ای قطعی شبیه‌سازی کرد.
 - (3) برای هر $x \in L$ می‌توان یک گرامر مستقل از متن G داشت که $L(G) = L$ و فقط یک مسیر یکتا برای تولید x در G وجود دارد.
 - (4) حداقل یک گرامر مستقل از متن G وجود دارد که $L(G) = L$ و رفتار G را می‌توان به وسیله یک ماشین پشته‌ای قطعی شبیه‌سازی کرد.

- 46- کدام گزینه در مورد یک اتوماتون پشته‌ای که طول پشته آن همواره از مقدار ثابت k کمتر است، صحیح است؟ (دکتری علوم کامپیوتر - 98)
- (1) زبان این اتوماتون متناهی است.
 - (2) زبان این اتوماتون منظم است ولی لزوماً متناهی نیست.
 - (3) تعداد حالات این اتوماتون کمتر از k است.
 - (4) تعداد اعضای زبان این اتوماتون ضربی از 2^k است.

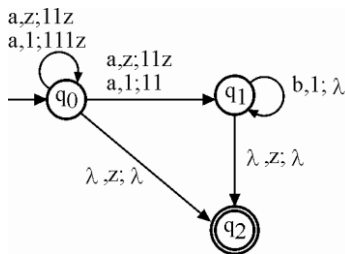
- 47- کدام گزینه در مورد یک اتوماتون پشته‌ای که طول پشته آن همواره افزایش پیدا کند صحیح است؟ (دکتری علوم کامپیوتر - 98)
- (1) زبان این اتوماتون تهی است.
 - (2) زبان این اتوماتون متناهی است ولی لزوماً تهی نیست.
 - (3) زبان این اتوماتون منظم است ولی لزوماً متناهی نیست.
 - (4) زبان این اتوماتون مستقل از متن است ولی لزوماً منظم نیست.

- 48- کدام گزینه در مورد زبان $L = \{a^n b^m \mid n = m, n < 3\}$ صحیح است؟ (دکتری علوم کامپیوتر - 98)
- (1) زبان L منظم است.
 - (2) زبان منظم نیست ولی اتوماتون پشته‌ای قطعی دارد.
 - (3) زبان L دارای اتوماتون پشته‌ای قطعی نیست ولی اتوماتون پشته‌ای غیر قطعی دارد.
 - (4) زبان L دارای اتوماتون پشته‌ای نیست.

49- کدام یک از جملات زیر صحیح است؟ (علوم کامپیوتر - 98)

- (1) اگر برای یک زبان مستقل از متن نتوان یک ماشین پشته قطعی ارائه نمود ممکن است زبان غیرمبهم باشد.
- (2) اگر برای یک زبان مستقل از متن نتوان یک ماشین پشته قطعی ارائه نمود پس زبان ذاتاً مبهم است.
- (3) یک زبان L ذاتاً مبهم است که برای تولید هر رشته از زبان در گرامر G که $L(G) = L$ ، حداقل دو درخت اشتقاق وجود داشته باشد. (گرامر G مستقل از متن است).
- (4) یک زبان L ذاتاً مبهم است که برای تولید حداقل یک رشته از زبان به ازای گرامر G که $L(G) = L$ ، حداقل دو درخت اشتقاق وجود داشته باشد. (گرامر G مستقل از متن است).

50- npda با گراف انتقال زیر را در نظر می‌گیریم، کدام رشته در زبان این اتوماتای پشته‌ای قرار دارد؟ (α, β, ω) یعنی در شرایطی که نماد بالایی پشته β است و α از ورودی خوانده می‌شود، رشته ω در پشته جایگزین β می‌شود. (علوم کامپیوتر - 99)



- (1) a^3b^4
- (2) a^3b^5
- (3) a^3b^6
- (4) a^3b^7

51- الف) یک Mid PDA یک PDA توسعه یافته است که می‌تواند وسط پشته را بخواند. در واقع تابع انتقال در Mid PDA تابع چهار چیز است: نماد ورودی، نماد بالایی، پشته، حالت فعلی ماشین و نماد وسط پشته (اگر پشته k نماد داشته باشد، $\left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor$ امین نماد از بالا، نماد وسط پشته خواهد بود و اگر پشته تهی باشد، λ نماد وسط پشته در نظر گرفته می‌شود). وقتی Mid PDA حرکت می‌کند، حالت خود را تغییر می‌دهد. نمادی در پشته درج می‌شود و حداکثر یک نماد از ورودی خوانده می‌شود. (همان طور که گفته شد، نماد وسط پشته در حرکت این ماشین مؤثر است).

ب) یک 2PDA یک PDA با دو پشته متمایز است. حرکت در 2PDA بر اساس حالت فعلی ماشین، نمادهای بالایی پشته‌ها و نماد ورودی است. وقتی حرکتی انجام می‌شود، ماشین حالت خود را تغییر می‌دهد، چیزی در پشته اول درج می‌شود، چیزی در پشته دوم درج می‌شود (مستقل از پشته اول) و حداکثر یک نماد از ورودی می‌خواند. کدام یک از این دو ماشین Mid PDA و 2PDA از PDA معمولی قوی‌تر است؟ (علوم کامپیوتر - 1401)

- (1) فقط Mid PDA (2) فقط 2PDA (3) هر دو (4) هیچ کدام

52- دو زبان L_1 و L_2 را بر $\Sigma = \{0,1\}$ به صورت زیر، در نظر می‌گیریم:

$$L_1 = \{0^n 10^n : n \geq 0\}$$

$$L_2 = \{w : w \text{ تعدادی فرد } 0 \text{ دارد}\}$$

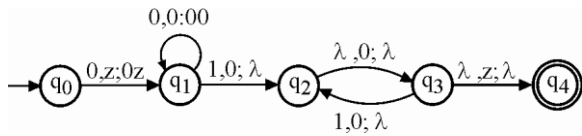
(علوم کامپیوتر - 1403)

از این دو زبان، کدام منظم است؟

- (1) فقط L_1 (2) فقط L_2 (3) هم L_1 و هم L_2 (4) نه L_1 و نه L_2

53- اتوماتای پشته‌ای زیر مفروض است. اگر $\alpha = 000011$ و $\beta = 000101010$ ، کدام یک از این دو رشته، توسط این اتوماتا پذیرش می‌شود؟

(علوم کامپیوتر - 1403)



پذیرش می‌شود؟

1) فقط α

2) فقط β

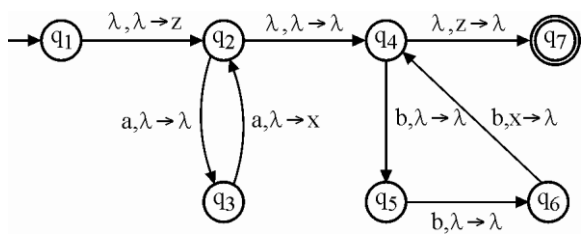
3) هم α هم β

4) نه α و نه β

54- فرض کنید L زبان PDA با شکل زیر باشد که $\Sigma = \{a, b\}$ الفبای ورودی و $\Gamma = \{x, y\}$ الفبای پشته و z نماد بالایی پشته

است. با قرار گرفتن کدام یک از دو مقدار a یا b با جای y در $w = a^{1404}yb^{2105}$ ، رشته w حاصل در L قرار می‌گیرد؟

(علوم کامپیوتر - 1404)



1) فقط a

2) فقط b

3) هر دو

4) هیچ کدام

پاسخ‌ها

فصل 7: ماشین‌های پشته‌ای

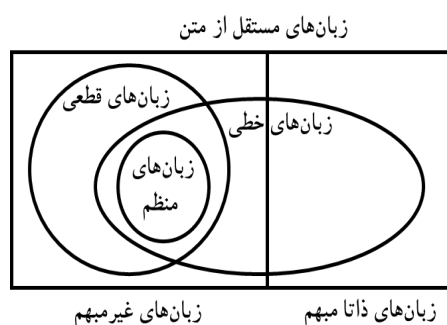
تست 36 تا 54

36- گزینه (2) صحیح است.

با توجه به تساوی همزمان سه تا از توانها، L_2 زبان‌های حساس به متن است و مستقل از متن نیست. L_1 اجتماع دو زبان مستقل از متن قطعی است و خودش مستقل از متن غیر قطعی است. هر زبان مستقل از متن، حساس به متن است. پس هر دو زبان L_1 و L_2 حساس به متن هستند پس $L_1 \cup L_2$ حساس به متن است. البته مستقل از متن نیست. دقت کنید که گزاره‌های (ب) و (د) به دلیل انتفای مقدم درست هستند. (وقتی p نادرست باشد $p \Rightarrow q$ درست است).

37- گزینه (4) صحیح است.

مطابق شکل گزینه های 1 و 2 و 3 درستند.



گزینه ۴ نادرست است. زبان‌های مستقل از متن دو دسته‌اند: برخی ذاتاً مبهم هستند مانند $\{a^n b^m c^k \mid m = n \vee m = k\}$ ، یعنی هر گرامر مستقل از متن برای آنها، دارای ابهام است. برخی غیرمبهم هستند یعنی حداقل یک گرامر مستقل از متن غیرمبهم دارند.

38- گزینه (2) صحیح است.

زبان‌هایی عضو A هستند که L و $\overline{L}$ هر دو مستقل از متن باشند. اگر L منظم باشد مکمل آن هم منظم است پس L و $\overline{L}$ هر دو مستقل از متن هستند. پس خانواده زبان‌های منظم زیرمجموعه A است. یک خانواده بزرگتر که تحت مکمل بسته است، خانواده مستقل از متن‌های قطعی است. اگر L مستقل از متن قطعی باشد مکمل آن $\overline{L}$ هم مستقل از متن قطعی است پس $L \in A$.

39- گزینه (4) صحیح است.

شرط کافی برای آنکه یک زبان پذیرنده DPDA با پذیرش توسط پشته خالی داشته باشد، برقرار بودن سه چیز است:

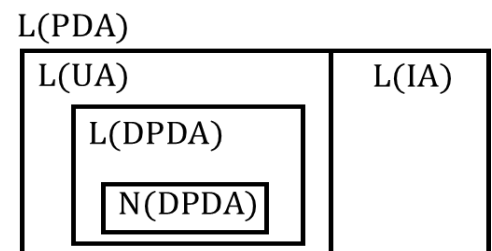
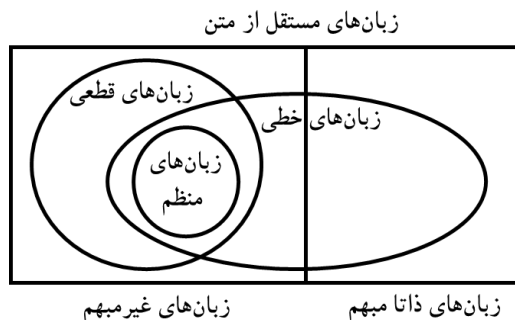
- 1- مستقل از متن باشد،
- 2- قطعی باشد،
- 3- خاصیت پیشوندی داشته باشد یعنی در آن زبان هیچ رشته‌ای پیشوند رشته دیگر نباشد.

در هر یک از گزینه های 1 تا 3، یکی از شرط‌ها برقرار نمی‌شود اما در گزینه 4: زبانی که منظم باشد، مستقل از متن قطعی نیز هست. خاصیت پیشوندی هم جداگانه فرض شده پس هر سه شرط برقرار است.

توجه: یک نمونه معروف زبان $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ و بستار آن L^* هستند که در کلاس درس مورد بررسی قرار گرفتند. هردوی آنها مستقل از متن قطعی هستند پس دارای DPDA پذیرنده‌اند. زبان L خاصیت پیشوندی دارد پس دارای DPDA با شرط پذیرش توسط پشته خالی نیز هست. اما L^* خاصیت پیشوندی ندارد برخی اعضایش پیشوند عضو دیگر هستند پس DPDA با شرط پذیرش توسط پشته خالی نیست.

40- گزینه (1) صحیح است.

برای هر زبان مستقل از متن قطعی یک گرامر مستقل از متن غیرمبهم وجود دارد؛ پس گزینه ۱ درست است و گزینه‌های ۳ و ۴ نادرست هستند. توان محاسباتی DPDA برابر با زبان‌های مستقل از متن قطعی است اما همه این زبان‌ها دارای ماشین پشته‌ای قطعی با پذیرش توسط پشته خالی نیستند بلکه زیرمجموعه محضی از آنها که خاصیت پیشوندی دارند، چنین ماشین‌هایی دارند پس گزینه ۲ نادرست است.

**41- گزینه (4) صحیح است.**

هر چهار زبان منظم هستند پس مستقل از متن نیز هستند. هر زبان مستقل از متن ماشین پشته‌ای با پذیرش توسط حالت نهایی دارد حداکثر سه حالت داشته باشد. این سه حالت را می‌توان با افزایش تعداد علامت‌های ماشین، به دو حالت نیز کاهش داد.

42- گزینه (3) صحیح است.

ماشین پشته‌ای فاقد انتقال λ نیز ممکن است غیرقطعی باشد در نتیجه برای برخی ورودی‌های چند مسیر محاسبه مختلف داشته باشد. پس گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست هستند. حالت شروع می‌تواند عضو مجموعه حالات نهایی باشد، بنابراین ماشین می‌تواند رشته λ را نیز بپذیرد؛ پس گزینه ۴ نیز نادرست است. اما از آنجایی که ماشین پشته‌ای فاقد انتقال بلادرنگ است؛ پس در هر مسیر محاسبه حتماً تمام رشته مصرف خواهد شد و ماشین به حالت توقف خواهد رسید؛ بنابراین زمان محاسبه هر ورودی متناهی خواهد بود؛ لذا گزینه ۳ صحیح است.

43- گزینه (3) صحیح است.

گزینه ۳ نادرست است برای مثال زبان مستقل از متن $L = \{a^m b^m \mid m \geq 1\}$ دارای ماشین پشته‌ای پذیرنده‌ای است که برای پذیرش هر رشته $a^m b^m$ فقط m علامت در پشته درج می‌کند پس تعداد اعمال push کمتر از طول رشته است، با اینحال زبان L منظم نیست.

44- گزینه (4) صحیح است.

زبان $\{ww^R : w \in \{a,b\}^*\}$ مستقل از متن است و pda پذیرنده دارد که با شرط پذیرش در حالت نهایی دارای دستکم دو حالت است. البته با شرط پذیرش توسط پشته خالی pda با یک حالت هم دارد. پس گزینه 1 و 2 نادرستند. در pda پذیرنده ww^R معمولاً نیمه اول را به صورت حرف به حرف در پشته علامت‌گذاری می‌کنیم و این علامت‌ها را با نیمه دوم مطابقت می‌دهیم. در این شیوه دستکم به اندازه طول w از ظرفیت پشته استفاده می‌کنیم. اما می‌توان با افزودن حالات جدید به ماشین، برای هر جفت از حروف، یا برای هر سه تایی از حروف یک علامت خاص در نظر گرفت. مثلاً علامت A وقتی در پشته درج شود که aaa از رشته ورودی خوانده شود. پس، می‌توان برای پذیرش ww^R از $\frac{|w|}{3}$ ظرفیت پشته استفاده کنیم و در حالت کلی $\frac{|w|}{C}$.

45- گزینه (3) صحیح است.

زبان L ذاتاً مبهم است پس در هر گرامر مستقل از متن آن، حداقل یک رشته هست که بیش از یک مسیر تولید دارد. اما همه رشته‌ها دارای ابهام نیستند. پس گزینه یک نادرست است. گزینه‌های دو و چهار نیز نادرست هستند. اگر حداقل یک گرامر مستقل از متن این زبان را بتوان با ماشین پشته‌ای قطعی شبیه‌سازی کرد پس L قطعی است و هر زبان قطعی، غیرمبهم است و این با فرض تناقض است. گزینه ۳ درست است. حتی در زبان ذاتاً مبهم L نیز می‌توان برای هر رشته $x \in L$ گرامری یافت که آن رشته را فقط به یک طریق تولید کند. زبان $L - \{x\}$ مستقل از متن و مبهم است پس گرامر مستقل از متن و مبهم G' هست که آن را تولید می‌کند. فرض کنیم S متغیر آغاز آن باشد و متغیر S_1 در گرامر G' استفاده نشده باشد. حالا قواعد $x \rightarrow S_1, S_1 \rightarrow S$ را به گرامر اضافه کنیم، گرامری داریم که مولد L است و رشته x را فقط از یک مسیر تولید می‌کند.

46- گزینه (2) صحیح است.

اگر طول پشته از مقدار ثابتی کمتر باشد توان محاسباتی اش برابر با ماشین متناهی است و زبان آن منظم است البته لزوماً متناهی نیست.

47- گزینه (3) صحیح است.

اگر مدام به محتوای پشته اضافه شود امکان دسترسی به علامت‌های درج شده وجود ندارد پس توان محاسبه ماشین پشته‌ای مانند ماشین متناهی است و زبان آن منظم است البته لزوماً متناهی نیست.

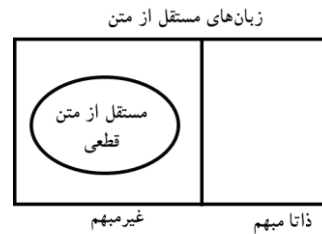
48- گزینه (1) صحیح است.

زبان $L = \{\lambda, ab, aabb\}$ متناهی است در نتیجه منظم است.

49- گزینه (1 و 4) صحیح است.

اگر یک زبان مستقل از متن پذیرنده (dpda) نداشته باشد پس فقط (npda) دارد یعنی مستقل از متن غیرقطعی است. زبان‌های غیرقطعی و برخی ذاتاً مبهم و برخی غیرمبهم هستند. مثلاً رشته‌های آینه‌ای به طول زوج: $\{ww^R \mid w \in (a+b)^*\}$ که زبانی مستقل از متن غیرقطعی و

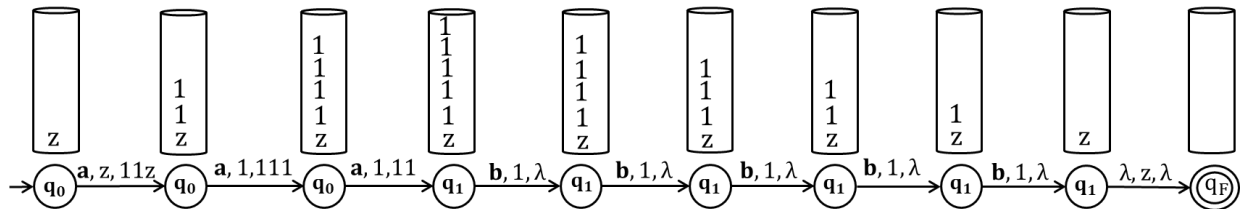
غیر مبهم است و زبان $\{a^n b^m c^k \mid n = m \text{ or } m = k\}$ که مستقل از متن غیر قطعی و ذاتاً مبهم است. بنابراین گزینه ۱ درست و گزینه ۲ نادرست است.



گزینه ۳ نادرست زیرا لازم نیست همه رشته‌ها دچار ابهام باشند. گزینه ۴ درست است هرچند بهتر بود دقیق‌تر بیان می‌شد، یعنی ابتدا از سور کلی (هر) برای گرامر استفاده می‌کرد و سپس به وجود حداقل یک رشته مبهم اشاره می‌کرد. کلید اولیه گزینه ۲ بوده که کاملاً نادرست است. (مطابق شکل)

50- گزینه (2) صحیح است.

[کلید اولیه نیز گزینه ۲ است. انتقالی از q_0 به q_0 که به شکل $a, 1/111z$ نوشته شده است در واقع به صورت $a, 1/111$ صحیح است. با تصحیح این اشتباه تایپی گزینه ۲ صحیح است. اگر این اشتباه تایپی اصلاح نشود گزینه ۱ جواب خواهد بود.]
رفتار ماشین پشته‌ای را مطابق شکل تحلیل می‌کنیم. در شکل زیر نحوه پذیرش رشته $a^3 b^5$ را مشاهده می‌کنید.



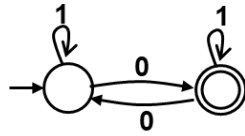
51- گزینه (3) صحیح است.

با خواندن نماد وسط پشته می‌توان زبانی مانند $w\$w$ را پذیرفت در نتیجه قدرت Mid PDA از PDA قوی‌تر است. همچنین 2PDA با دو پشته از PDA قوی‌تر است.

52- گزینه (2) صحیح است.

در زبان $L_1 = \{0^n 10^n 10^n : n \geq 0\}$ رابطه بین تعداد الفباها نمی‌تواند توسط ماشین متناهی تحلیل شود پس این زبان منظم نیست. اما L_2 به

وضوح منظم است. یک ماشین قطعی پذیرنده L_2 را مشاهده می‌کنید.



53- گزینه (1) صحیح است.

اگر در دو حالت اول به انتقال‌های $0, z: 0z$ و $0, 0: 00$ دقت کنیم با مشاهده هر 0 در ورودی، یک 0 به پشته اضافه می‌شود. پس تا اینجا تعداد صفرها در پشته یادداشت شده است. سپس انتقال $1, 0: \lambda$ به q_2 و حلقه ای که با $\lambda, 0: \lambda$ و $1, 0: \lambda$ بین q_2 و q_3 داریم باعث می‌شوند که به ازای هر 1 از رشته ورودی، دوتا 0 از پشته برداشته شود. به این ترتیب برای پذیرفته شدن باید رشته به فرم $0^{2n}1^n$ باشد. در نتیجه:

$$L(M) = \{0^{2n}1^n \mid n \geq 1\}$$

پس $\alpha = 000011 \in L(M)$ ولی $\beta = 000101010 \notin L(M)$.

54- گزینه (2) صحیح است.

به بررسی رفتار این ماشین پشته‌ای می‌پردازیم:

از q_1 به q_2 : پیش از شروع مصرف w نماد z بالای پشته قرار می‌گیرد.
دور q_2, q_3 : به ازای هر جفت الفبای a یک نماد x در پشته درج می‌شود.
از q_2 به q_4 : بدون مصرف الفبا و بدون تغییر در پشته به حالت q_4 می‌رود.
دور q_4, q_5, q_6 : به ازای هر سه الفبای b یک نماد x از پشته برداشته می‌شود.
از q_4 به q_7 : اگر تعداد جفت‌های a با تعداد سه تایی‌های b برابر باشد با اتمام w ، نماد z بالای پشته قرار می‌گیرد و ماشین وارد حالت پذیرش می‌شود. بنابراین رشته‌هایی پذیرفته می‌شوند که به فرم $a^{2n}b^{3n}$ باشند.

$$L(M) = \{a^{2n}b^{3n} \mid n \geq 0\}$$

$$y = a \Rightarrow w = a^{1404}yb^{2105} = a^{1405}b^{2105} \notin L(M)$$

$$y = b \Rightarrow w = a^{1404}yb^{2105} = a^{1404}b^{2106} \in L(M) \quad (n = 702)$$

پیروز و سربلند باشید.

پایان جلسه پانزدهم نکته و تست